



INSPECTORATUL
ȘCOLAR JUDEȚEAN
TULCEA



INSPECTORATUL
ȘCOLAR
JUDEȚEAN
BACĂU



INSPECTORATUL
ȘCOLAR JUDEȚEAN
TELEORMAN

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„LAURENȚIU PANAITOPOL”
EDIȚIA A XV-A

SUBIECTE

Clasa a X-a

Problema 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația

$$2^x + 3^x + 6^x = x^2.$$

Problema 2. Decideți dacă există $a \in \mathbb{Q}$ și $x \in \mathbb{R}$ cu $|x| < \sqrt{3}$ astfel încât $\sqrt{3 - x^2}$ și $\sqrt[3]{a - x^3}$ sunt raționale.

Problema 3. Pentru fiecare număr natural $n \in \mathbb{N}^*$ definim mulțimea

$$A_n = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| + |1 + z^n| = 1\}.$$

- a) Demonstrați că $A_1 = [-1, 0]$.
- b) Determinați mulțimile A_n pentru $n \geq 2$.

Problema 4. Fie funcțiile $f, g : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$. Presupunem că f este surjectivă, g este injectivă și $f(n) \geq g(n)$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$. Demonstrați că funcțiile f și g sunt bijective.

*Fiecare problemă se notează de la 0 la 21 de puncte și 16 puncte sunt din oficiu
Timp de lucru: 4 ore*